

赤、白、青の3つの箱と、赤、白、青の3つのボールがある。

- (1) 3つのボールを3つの箱のどれかに入れる。ただし、1つのボールも入らない箱があってもよいものとする。

赤い箱に赤いボールが入る確率は $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり、どの箱にも必ずボールが入る確率は

$\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である。

- (2) さらに、黒のボールを1つ加えて、全部で4つのボールを3つの箱のどれかに入れる。ただし、1つのボールも入らない箱があってもよいものとする。

黒いボールだけが入っている箱がある確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ であり、ボールが1つも入っていない箱がある確率は $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

解答 $\frac{(\text{ア})}{(\text{イ})} \frac{1}{3} \quad \frac{(\text{ウ})}{(\text{エ})} \frac{2}{9} \quad \frac{(\text{オ})}{(\text{カキ})} \frac{8}{27} \quad \frac{(\text{ク})}{(\text{ケ})} \frac{5}{9}$

解説

(1) 赤いボールを入れる箱として、3つの箱から赤い箱を選ぶ確率は $\frac{1}{3}$

どの箱にも必ずボールが入る事象は、ボールが入っていない箱がある事象の余事象である。

ボールが入っていない箱がある場合は

[1] 2つの箱が空となる場合

[2] 1つの箱が空となる場合

[1]の場合は、どれか1つの箱だけにすべてのボールを入れることになるから、3通り。

[2]の場合は、どれか1つの箱だけに全くボールが入らないことになるから

$$3 \times (2^3 - 2) = 18 \quad (\text{通り})$$

よって、どの箱にも必ずボールが入る確率は

$$1 - \frac{3+18}{3^3} = 1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$$

別解 3つの異なる色の箱に3つの異なるボールを必ず1つずつ入れる方法は

$${}_3P_3 = 6 \quad (\text{通り})$$

よって、どの箱にも必ずボールが入る確率は $\frac{6}{3^3} = \frac{2}{9}$

(2) 黒いボールだけが入っている箱がある場合は、1つの箱に黒いボールだけが入り、残りの2つの箱に他の3つのボールが入っている場合である。

$$\text{よって、求める確率は} \quad \frac{3 \times 2^3}{3^4} = \frac{8}{27}$$

ボールが1つも入っていない箱がある場合は、

[1] 2つの箱が空となる場合

[2] 1つの箱が空となる場合

[1]の場合は、どれか1つの箱だけにすべてのボールを入れることになるから、3通り。

[2]の場合は、どれか1つの箱だけに全くボールが入らないことになるから

$$3 \times (2^4 - 2) = 42 \quad (\text{通り})$$

$$\text{よって、求める確率は} \quad \frac{3+42}{3^4} = \frac{5}{9}$$